|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка  ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  **Кафедра програмних систем і технологій**  Дисципліна  **«Ймовірнісні основи програмної інженерії»**  **Лабораторна робота № 5** | | | |
| **Виконав:** | Бойко Костянтин Богданович | **Перевірив**: | Вечерковська А.С. |
| Група | ІПЗ-24(1) | Дата перевірки |  |
| Форма навчання | денна | Оцінка |  |
| Спеціальність | 121 |
| 2022 | | | |

Дискретні розподіли ймовірностей

Мета – навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

**Завдання**

1. Аналітичним шляхом розв’язати вказані задачі.

1. Ймовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів на дане призначення 0,2. Визначити ймовірність того, що в трьох із п’яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення.

2. Знайти ймовірність того, що в п’яти незалежних випробуваннях подія А відбудеться: а) рівно 4 рази; б) не менше 4 разів, якщо в кожному випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.

3. На кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають льодяники. Знайти ймовірність того, що серед 400 вибраних навмання цукерок буде рівно 80 льодяників.

4. На автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра сходить 100000 автомобілів. Ймовірність бракованого автомобіля дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів.

5. Ймовірність того, що пара взуття, яка взята навмання з виготовленої партії виявиться вищого ґатунку дорівнює 0,4. Чому дорівнює ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228 до 252 пар взуття вищого ґатунку?

6. Банк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може надійти вимога на проведення фінансової операції на наступний день з ймовірністю 0,4. Знайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня, та його ймовірність.

7. Завод випускає в середньому 4% нестандартних виробів. Яка ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170?.

8. Яка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?

9. Фірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.

10. Нехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинуто 150 монет.

2. Написати програму, яка, використовуючи відомі формули теорії ймовірності(запрограмувати вручну) розв’яже задачі приведені у п.1.

3. Порівняти результати обчислень, зробити висновки.

Математична модель:

Для обчислення використовувалися наступні формули:

Формула Бернуллі

– кількість комбінацій без повторення

формула Гауса

Локальна теорема Муавра-Лапласа

Формула Лапласа

інтегральна формула Лапласа

найімовірніше число задовольняє системі нерівностей, де n – загальне число подій, p – ймовірність, q = p – 1

Випробовування алгоритмів і перевірка результатів:

1. Ймовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів на дане призначення 0,2. Визначити ймовірність того, що в трьох із п’яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення.

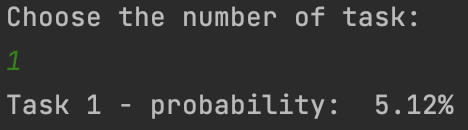
З умови маємо:

n = 5, m = 3, p = 0,2;

q = 1 – 0,2 = 0,8;

Використаємо формулу Бернуллі:

або 5,12%



1. Знайти ймовірність того, що в п’яти незалежних випробуваннях подія А відбудеться: а) рівно 4 рази; б) не менше 4 разів, якщо в кожному випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.

Розв’яжемо задачу для 1 (а) події:

З умови маємо:

n = 5, m = 4, p = 0,8;

q = 1 – 0,8 = 0,2

Використаємо формулу Бернуллі:

або 40,9%

Розв’яжемо задачу для 2 (б) події:

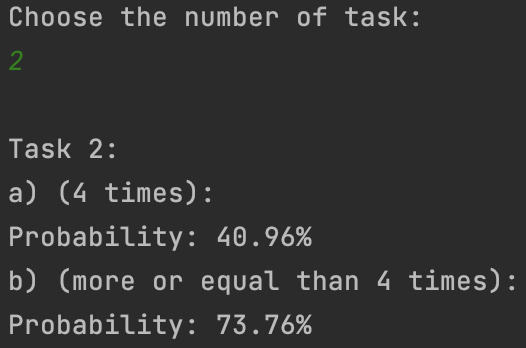
Порахуємо всі ймовірності до 4 і віднімемо від 100% або 1

або 0,64%

або 5,12%

або 20,48%

= 1 – (0,0064 + або 73,76%



3. На кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають льодяники. Знайти ймовірність того, що серед 400 вибраних навмання цукерок буде рівно 80 льодяників.

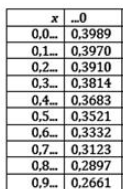
З умови маємо:

n = 400, m = 80, p = 0,2;

q = 1 – 0,2 = 0,8

Скористаємося формулою Гауса для знаходження значення в табличці:

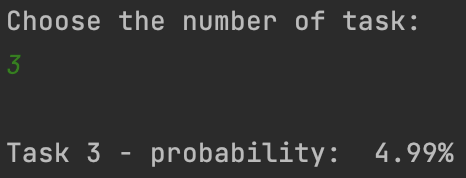
Знайдемо відповідне значення в таблиці при x = 0



За таблицею = 0,3989

Тепер скористаємося формулою Муавра-Лапласа:

= 0,0498 або 4,98%



4. На автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра сходить 100000 автомобілів. Ймовірність бракованого автомобіля дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів.

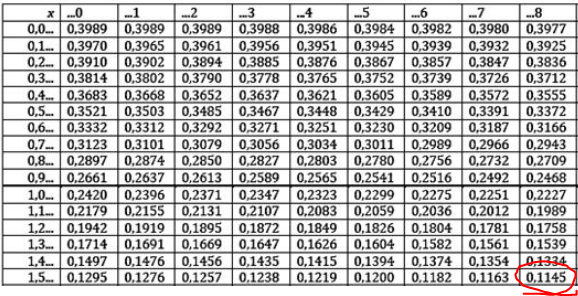
З умови маємо:

n = 100000 m = 5, p = 0,0001;

q = 1 – 0,0001= 0,9999;

Скористаємося формулою Гауса для знаходження значення в табличці:

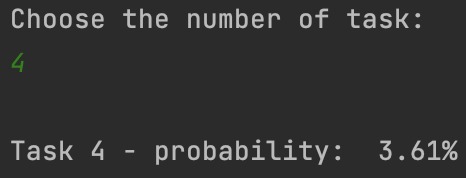
Знайдемо відповідне значення в таблиці при x = -1,5812



За таблицею = 0,1145

Скористаємося формулою Муавра-Лапласа:

= 0,0362 або 3,62%



5. Ймовірність того, що пара взуття, яка взята навмання з виготовленої партії виявиться вищого ґатунку дорівнює 0,4. Чому дорівнює ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228 до 252 пар взуття вищого ґатунку?

З умови маємо:

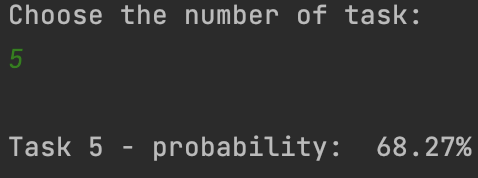
n = 600, m1 = 228, m2 = 252 p = 0,4;

q = 1 – 0,4= 0,6;

Скористаємось формулою Лапласа:

За таблицею підставляємо значення і отримуємо:

= 0,6826 або 68,26%



6. Банк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може надійти вимога на проведення фінансової операції на наступний день з ймовірністю 0,4. Знайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня, та його ймовірність.

З умови маємо:

n = 100, p = 0,4;

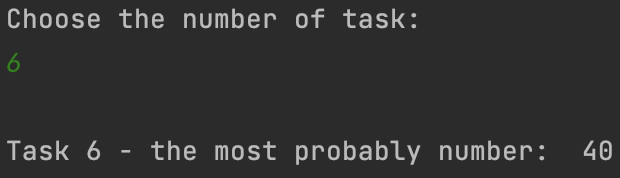
q = 1 – 0,4= 0,6;

Отримали діапазон значень:

39,4

Візьмемо ціле число з цього діапазону

= 40



7. Завод випускає в середньому 4% нестандартних виробів. Яка ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170?.

З умови маємо:

n = 4000, m1 = 0, m2 = 170, p = 0,04;

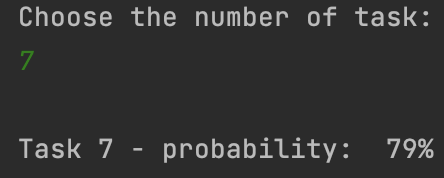
q = 1 – 0,04= 0,96;

Скористаємось формулою Лапласа:

0,80

За таблицею підставляємо значення і отримуємо:

= 0,7881 або 78,81%



8. Яка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?

З умови маємо:

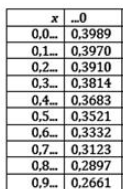
p = 0,5 тому, що монетка має 2 сторони і відповідно ймовірність випадання однієї з них буде 50% або 0,5

n = 10000, m = 5000, p = 0,5;

q = 1 – 0,5= 0,5;

Скористаємося формулою Гауса для знаходження значення в табличці:

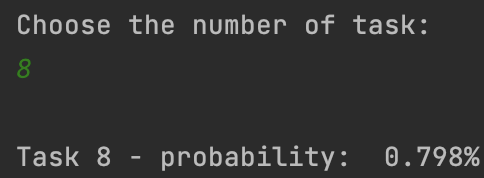
Знайдемо відповідне значення в таблиці при x = 0



За таблицею = 0,3989

Скористаємося формулою Муавра-Лапласа:

= 0,007978 або 0,7978%



9. Фірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.

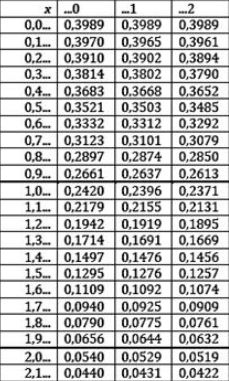
З умови маємо:

n = 1000, m = 5, p = 0,002;

q = 1 – 0,002= 0,998;

Скористаємося формулою Гауса для знаходження значення в табличці:

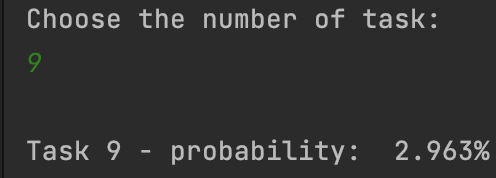
Знайдемо відповідне значення в таблиці при x =



За таблицею = 0,422

Скористаємося формулою Муавра-Лапласа:

= 0,02963 або 2.963%



10. Нехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинуто 150 монет.

З умови маємо:

n = 150, p = 0,03;

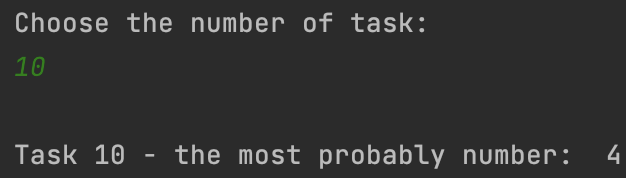
q = 1 – 0,03= 0,97;

Отримали діапазон значень:

3,53

Візьмемо ціле число з цього діапазону

= 4



Псевдокод алгоритмів:

Алгоритм для комбінацій без повторення:

**def** combinations(m, n):

**return** (math.factorial(n))/(math.factorial(m) \* math.factorial(n-m))

Алгоритм для формули Бернуллі

**def** bernoulli(m, n, prob):

**return** (combinations(m, n) \* math.pow(prob, m) \* math.pow(1 - prob, n - m))

Алгоритм для формули Гауса

**def** gausFunction(m, n, prob):

**return** ((m-n\*prob)/(math.sqrt(n\*prob\*(1-prob))))

Алгоритм для знаходження табличних значень Гауса

**def** tableForGaus(x):

**return** (1/math.sqrt((2\*math.pi)))\*math.exp(-x\*\*2/2)

Алгоритм для знаходження допоміжної функції для табличних значень Лапласа

**def** f(x):

**return** math.exp(-x\*\*2/2)

Алгоритм для знаходження табличних значень Лапласа

**def** tableForLaplass(x):

integral = integrate.quad(f, 0, x)[0]

**return** (1/math.sqrt((2\*math.pi))) \* integral

Алгоритм для формули Муавра-Лапласа

**def** moavreLaplace(m, n, prob):

**return** (1 / math.sqrt(n \* prob \* (1-prob)) \* tableForGaus(gausFunction(m, n, prob)))

Алгоритм для інтегральної формули Лапласа

**def** integralLaplase(m1, m2, n, prob):

**return** tableForLaplass(gausFunction(m2, n, prob)) - (tableForLaplass(gausFunction(m1, n, prob)))

Алгоритм для знаходження найбільш ймовірного числа:

**def** mostProbablyNumber(n, prob):

q = 1 - prob

m1 = (n \* prob) - q

m2 = (n \* prob) + prob

b = (m2 - m1) / 2

**return** round(m1+b)

**Висновок:**

Під час викоання лабораторної роботи закріпив набуті знання про центральні тенденції та міри, також навчився застосовувати формули Лапласа, Муавра-Лапласа, Гауса та Бернулі, знаходити найбільш ймовірне число. Написав програму розрахунку всіх задач та перевірив з аналітичним методом, всі значення співпали, відхилення було невеликим.